

【問題】 ('05 鹿児島大)

【難易度】 … 標準

次の問いに答えよ。

(1) 2 個の負でない実数  $a, b$  に対して,  $\frac{a}{1+a} + \frac{b}{1+b} \geq \frac{a+b}{1+a+b}$  が成り立つことを示せ。(2) 負でない実数  $a, b, c$  について,  $a+b \geq c$  ならば

$$\frac{a}{1+a} + \frac{b}{1+b} \geq \frac{c}{1+c}$$

が成り立つことを示せ。

(3)  $n$  を 2 以上の整数とする.  $n$  個の負でない実数  $a_1, a_2, \dots, a_n$  と負でない実数  $c$  について, $a_1 + a_2 + \dots + a_n \geq c$  ならば,

$$\frac{a_1}{1+a_1} + \frac{a_2}{1+a_2} + \dots + \frac{a_n}{1+a_n} \geq \frac{c}{1+c}$$

が成り立つことを示せ。