

問題 ('97 滋賀医科大)

【難易度】 … 難

A, B, C を三角形の内角とする．このとき，次のことを証明せよ．

$$(1) \quad \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \leq \frac{1}{2} \left(1 - \sin \frac{C}{2} \right)$$

$$(2) \quad \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2} \leq \frac{1}{8}$$

$$(3) \quad \sin A + \sin B + \sin C \geq 4 \sin A \sin B \sin C$$

(4) 三角形の外接円と内接円の半径をそれぞれ R, r とすると， $R \geq 2r$ であり，等号は正三角形のときにのみ成り立つ．