

18

【難易度】…標準

 $n \geq 2$ とする．無限級数

$$x^n + x^{n-1} \sin x + x^{n-2} \sin^2 x + \cdots + x^{n-k} \sin^k x + \cdots$$

がある．ただし， x は $x \neq 0$ をみたす実数とする．

- (1) 与えられた無限級数は収束することを示し，その和 $f_n(x)$ を求めよ．
- (2) $x \geq 0$ のとき，不等式 $x - \frac{x^3}{6} \leq \sin x \leq x - \frac{x^3}{6} + \frac{x^5}{120}$ が成り立つことを証明せよ．
- (3) $\lim_{x \rightarrow +0} f_2(x)$ の値を求めよ．