

**2** ('83 京都府立大)

【難易度】…標準

等式  $a_n + b_n\sqrt{5} = (2 + \sqrt{5})^n$  によって定められる自然数の数列  $\{a_n\}$  と  $\{b_n\}$  について,

(1)  $a_{n+1} = 2a_n + 5b_n, b_{n+1} = a_n + 2b_n$  を証明せよ.

(2)  $a_n - b_n\sqrt{5} = (2 - \sqrt{5})^n$  を証明せよ.

(3)  $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n}$  を求めよ.

(4) (3) の  $L$  について,  $n \geq 3$  のとき, 次の不等式を証明せよ.

$$\left| \frac{a_n}{b_n} - L \right| < 0.001$$