

**20** ('92 東京大)

【難易度】…標準

定数  $a$  に対して, 曲線  $y = \sqrt{x^2 - 1} + \frac{a}{x}$  の  $x \geq 1$  の部分を  $C(a)$  とおく.

- (1)  $C(a)$  が直線  $y = x$  の下部  $y < x$  に含まれるような実数  $a$  の最大値  $a_0$  を求めよ.
- (2)  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$  のとき,  $C(a_0)$  と 3 直線  $y = x$ ,  $x = 1$ ,  $x = \frac{1}{\cos \theta}$  によって囲まれる図形を  $x$  軸のまわりに回転させてできる立体  $V$  の体積  $V(\theta)$  を求めよ.
- (3)  $\lim_{\theta \rightarrow \frac{\pi}{2} - 0} V(\theta)$  を求めよ.