

26

('01 東京水産大)

【難易度】…標準

初項 $a_1 = p$ (p は自然数) と漸化式

$$a_{n+1} = (n+1) \left[\frac{a_n}{n+1} \right] \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

できる数列 $\{a_n\}$ について、以下の問いに答えよ。ただし、 $[x]$ は x を超えない最大の整数を表す。例えば、 $[4] = 4$, $\left[\frac{5}{2}\right] = 2$, $\left[\frac{1}{3}\right] = 0$, $[0] = 0$ である。

- (1) $p = 21$ のとき、 a_5 を求めよ。
- (2) $n \geq 1$ のとき、 $0 \leq a_{n+1} \leq a_n$ を示せ。
- (3) $a_5 = a_1$ となるための p の条件を求めよ。
- (4) p より大きい自然数 n に対し、 $a_n = 0$ となることを示せ。