

8 ('79 熊本大)

【難易度】… 難

\vec{a} ($|\vec{a}| > 1$) を平面上のベクトル, \vec{b} を \vec{a} と同じ向きをもつ単位ベクトル, T を長さが 1 を超えない平面上のベクトル全体の集合とする.

(1) T 内のすべてのベクトル \vec{t} に対して, 次の不等式が成り立つことを証明せよ.

$$(\vec{b} - \vec{a}) \cdot (\vec{b} - \vec{t}) \leq 0$$

ここで, \cdot はベクトルの内積を表すものとする.

(2) T 内のすべての \vec{t} に対して, 不等式 $(\vec{x} - \vec{a}) \cdot (\vec{x} - \vec{t}) \leq 0$ を満たす T 内のベクトル \vec{x} は, \vec{b} のほかにはないことを証明せよ.