

39

('03 岡山大)

【難易度】…標準

$1 < a < b$ とする．原点 O と点 $A\left(a, \frac{1}{a}\right)$ を通る直線，原点 O と点 $B\left(b, \frac{1}{b}\right)$ を通る直線，および曲線 $y = \frac{1}{x}$ ($x > 0$) で囲まれた部分を R とする． R の面積を E ， R を直線 $y = -x$ のまわりに 1 回転させてできる回転体の体積を V とする．

- (1) E を a と b の式で表せ．
- (2) $c > 1$ とし，曲線 $y = \frac{1}{x}$ 上の点 $P\left(c, \frac{1}{c}\right)$ から直線 $y = -x$ に下ろした垂線を PQ とする．線分 OQ の長さを s ，線分 PQ の長さを t とすると， $t^2 = s^2 + 2$ となることを示せ．
- (3) V を a と b の式で表せ．
- (4) $b = a + 1$ のとき $\lim_{a \rightarrow \infty} E$ ， $\lim_{a \rightarrow \infty} V$ を求めよ．