

41 ('11 神戸大)

【難易度】…標準

 n を 2 以上の自然数として,

$$S_n = \sum_{k=n}^{n^3-1} \frac{1}{k \log k}$$

とおく. 以下の問に答えよ.

(1) $\int_n^{n^3} \frac{dx}{x \log x}$ を求めよ.

(2) k を 2 以上の自然数とするとき,

$$\frac{1}{(k+1) \log(k+1)} < \int_k^{k+1} \frac{dx}{x \log x} < \frac{1}{k \log k}$$

を示せ.

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ の値を求めよ.