

◀1997年 名古屋大学(前期)▶

♠ 理系学部

1 $\triangle ABC$ 上に時速 u, v, w で等速運動する 3 点があって, それぞれ A から辺 AB に沿って B へ, B から辺 BC に沿って C へ, C から辺 CA に沿って A へ同時に出発したとする. t 時間後のそれらの位置をそれぞれ $P(t), Q(t), R(t)$ とする.

3 点が同時に次の頂点に到達するための必要十分条件は, $\triangle P(t)Q(t)R(t)$ の重心の位置が t によらず一定なことである. これを示せ.

2 座標平面上で, 1 つの円が放物線 $y = x^2$ に右側から接し, かつ x 軸に上から接している. 放物線との接点 A の x 座標を $a (> 0)$ とするとき, 円の中心 C の座標を求めよ.

ただし, 円と放物線がある点で接するとは, その点で両者が交わり, かつその点における両者の接線が一致することをいう.

3 正数からなる数列 $\{a_n\}$ が, 条件 $\sum_{k=1}^n (a_k)^2 = n^2 + 2n$ をみたしているとする. 数列 $\left\{ \frac{a_1 + \dots + a_n}{n^r} \right\}$ が収束する実数 r の範囲を求めよ. また収束する場合, その極限值を求めよ.

第 4 問は選択問題である. 次の **4(a)** または **4(b)** のいずれか一方を選んで解答せよ.

4 (a) 均質な材質で出来た直方体の各面に 1 から 6 までの数を 1 つずつ書いてサイコロの代わりにする (1 の反対側が 6 とはかぎらない). ある数が出る確率が $\frac{1}{9}$ であり, 別のある数が出る確率が $\frac{1}{4}$ であるとする. さらに出る目の数の期待値が 3 であるとする. 3 の書かれている面の反対側の面に書かれている数は何か.

4 (b)

(1) 多項式 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ (a, b, c は実数) を考える. $f(-1), f(0), f(1)$ がすべて整数ならば, すべての整数 n に対し, $f(n)$ は整数であることを示せ.

(2) $f(1996), f(1997), f(1998)$ がすべて整数の場合はどうか?

♠ 文系学部

注: 法・文・教育・情報文化学部 **1**~**2** 必答・**3, 4** から 1 題選択. 経済学部 **2**~**3** 必答・**5, 6** から 1 題選択.

1 正三角形 ABC 上に時速 u, v, w で等速運動する 3 点があって, それぞれ A から辺 AB に沿って B へ, B から辺 BC に沿って C へ, C から辺 CA に沿って A へ同時に出発したとする. t 時間後のそれらの位置をそれぞれ $P(t), Q(t), R(t)$ とする. いずれかの点が次の頂点に到達するまでの間, $\triangle P(t)Q(t)R(t)$ の重心が動かないための条件を求めよ.

2 原点 O を通る 3 次曲線 $y = x^3$ と O を通る直線 $l: y = tx$ ($t > 0$) を考える. $x > 0$ での曲線と l との交点を P とする.

(1) $x \geq 0$ の範囲で曲線と l とで囲まれる領域の面積を求めよ.

(2) 点 Q が曲線上を O から P まで動くとき $\triangle OPQ$ の面積の最大値を求めよ.

3 理科系 **4(a)** と同じ.

4 理科系 **4(b)** (1) と同じ.

5 理科系 **1** と同じ.

6 2次行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ が $A^2 = 3A$ をみたすとする.

(1) $t = a + d, D = ad - bc$ を求めよ.

(2) さらに $A \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ であり, 方程式 $A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ が解をもつとき, 行列 A を求めよ.

出題範囲と難易度

♣ 理系学部

- 1** 標準 B ベクトル
- 2** 標準 II 微分積分(接線と法線)
- 3** 難 III 積分法(区分求積法)
- 4** (a) 標準 I 確率
- 4** (b) 標準 A 整数問題

♣ 文系学部

- 1** 標準 B ベクトル
- 2** 標準 II 微分積分(面積)
- 3** 標準 I 確率
- 4** 標準 A 整数問題
- 5** 標準 B ベクトル
- 6** 標準 C 行列

略解

◇ 理系学部

1 証明は省略

2 $C\left(\frac{a}{2}(\sqrt{4a^2+1}+1), \frac{1}{4}\sqrt{4a^2+1}(\sqrt{4a^2+1}-1)\right)$

3

$$\begin{cases} \text{収束する } r \text{ の範囲は } r \geq \frac{3}{2} \\ \text{極限值は } r > \frac{3}{2} \text{ のとき } 0, r = \frac{3}{2} \text{ のとき } \frac{2\sqrt{2}}{3} \end{cases}$$

4 (a) 6

4 (b) (1) 証明は省略
(2) 整数である.

◇ 文系学部

1 $u = v = w$

2 (1) $\frac{1}{4}t^2$

(2) $\frac{\sqrt{3}}{9}t^2$

3 理科系 **4**(a) と同じ.

4 理科系 **4**(b)(1) と同じ.

5 理科系 **1** と同じ.

6 (1) $(t, D) = (3, 0), (0, 0), (6, 9)$

(2) $A = \begin{pmatrix} -6 & 3 \\ -18 & 9 \end{pmatrix}$