2017 年度　熊本大学（前期）

医学部

試験時間：120 分

1

000207

半径 1 の円に外接する $\triangle$ABC について，$\angle$CAB $= 2x$，$\angle$ABC $= 2y$，$\angle$BCA $= 2z$ とする。$\triangle$ABC の面積を S とするとき，以下の問いに答えよ。

(1)　$S = \dfrac{1}{\tan x} + \dfrac{1}{\tan y} + \dfrac{1}{\tan z}$ が成り立つことを示せ。

(2)　$z = \dfrac{\pi}{6}$ のとき，S の最小値とそのときの x，y を求めよ。

2

000208

$s>0$，$t>0$ とする。複素数平面上の $\alpha = -i$，$\beta = 2-2i$，$\gamma = s+ti$ を表す点をそれぞれ A，B，C とする。さらに，点 D を直線 AC に関して点 B と反対側にとり，$\triangle$ACD が正三角形になるようにする。点 D を表す複素数を z とするとき，以下の問いに答えよ。

(1)　z を s，t を用いて表せ。

(2)　α，β，γ が等式 $4(\beta-\alpha)^2 + (\gamma-\alpha)^2 - 2(\beta-\alpha)(\gamma-\alpha) = 0$ を満たすとき，γ と z をそれぞれ求めよ。

(3)　(2) で求めた γ と z に対して，直線 AC と直線 BD の交点を F とし，$\angle$DFC $= \theta$ とする。このとき，$\cos\theta$ の値を求めよ。

3

000209

$f(x) = \dfrac{(x-1)(x-2)}{x^2}$ $(x>0)$ とする。座標平面上の曲線 $y = f(x)$ を C とし，点 $\mathrm{P}(t,\ f(t))$ $(t>0)$ における曲線 C の接線を ℓ とする。以下の問いに答えよ。

(1)　接線 ℓ と曲線 C が点 P 以外に共有点をもたないような t の最大値を求めよ。

(2)　(1) で求めた t の値を a とする。実数 k に対し，直線 $\ell_k : y = k(x-a) + f(a)$ と曲線 C の共有点の個数を求めよ。

(3)　(2) の直線 ℓ_k と曲線 C の共有点が 2 個のとき，それら共有点の x 座標のうち小さい方の値が $\dfrac{1}{3}$ となるような k を求め，そのときの曲線 C と直線 ℓ_k で囲まれた部分の面積を求めよ。

4

000210

n は 2 以上の自然数とする。1 から $2n$ までの自然数の順列 a_1，a_2，$\cdots$，a_{2n} に対して，分数の和

$$\frac{a_1}{a_{n+1}} + \frac{a_2}{a_{n+2}} + \cdots + \frac{a_n}{a_{2n}} \quad \cdots (*)$$

を考える。1 から $2n$ までの自然数のすべての順列に対して $(*)$ がとり得る値の最大値を S_n とする。以下の問いに答えよ。

(1)　S_2 を求めよ。

(2)　S_n を与える順列 a_1，a_2，$\cdots$，a_{2n} の例を 1 つ挙げ，その理由を述べよ。

(3)　$\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{S_n}{n\log n}$ を求めよ。