

2017年度 岐阜大学 後期理系 第5問

問題 以下の問〔I〕と〔II〕に答えよ。

〔I〕(1) 0でない複素数 z の極形式を $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ とする。このとき、 $z + \frac{1}{z}$ の実部と虚部を r と θ を用いてそれぞれ表せ。ただし、 i は虚数単位とする。

(2) z を実数ではない複素数とする。 $z + \frac{1}{z}$ が実数であるとき、 $|z| = 1$ となることを示せ。

(3) z を実数ではない複素数とする。 $\frac{z^2 - 2z + 2}{z - 1}$ が実数であるとき、 $z\bar{z} - z - \bar{z} = 0$ となることを示せ。ここで、 \bar{z} は z に共役な複素数を表す。

〔II〕 複素数 α, β, γ が $|\alpha| = |\beta| = |\gamma| = 1$ および $\alpha + \beta + \gamma = 0$ を満たすとき、

$$|\alpha - \beta|^2 + |\alpha - \gamma|^2 = 6$$

となることを示せ。