

## 2019年度 岐阜大学 後期理系 第3問

**問題** 四面体  $OABC$  が次の条件を満たすものとする。

$$OA = OB = OC = BC = 1, \angle AOB = \angle AOC = 45^\circ$$

$\vec{OA} = \vec{a}$ ,  $\vec{OB} = \vec{b}$ ,  $\vec{OC} = \vec{c}$  とおく。  $\triangle ABC$  の重心を  $G$  とおく。  $0 < t < 1$  として、  $OA$  を  $t : (1-t)$  に内分する点を  $P$ ,  $OB$  を  $(1-t) : t$  に内分する点を  $Q$ ,  $OC$  を  $(1-t) : t$  に内分する点を  $R$  とおく。また、3点  $P, Q, R$  を通る平面と線分  $OG$  の交点を  $S$  とおく。以下の問に答えよ。

- (1)  $\vec{OG}$  を  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  を用いて表せ。
- (2)  $\vec{PQ}$ ,  $\vec{PR}$  を  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$ ,  $t$  を用いて表せ。
- (3)  $\vec{OS}$  を  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$ ,  $t$  を用いて表せ。
- (4) 線分  $OS$  の長さが最大となる  $t$  の値を求めよ。
- (5)  $t$  を (4) で求めた値としたとき、  $\cos \angle QPR$  の値を求めよ。

N\_gifu2019C\_23.pbm