

2020年度 岐阜大学 後期理系 第4問

問題 数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ を次のように定める。

$$a_1 = 1, b_1 = 1, a_{n+1} = 8a_n + 21b_n, b_{n+1} = 3a_n + 8b_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

このとき $a_n > 0$, $b_n > 0$ である。以下の問に答えよ。

- (1) $a_1^2 - 7b_1^2$ と $a_2^2 - 7b_2^2$ の値を求めよ。
- (2) $a_n^2 - 7b_n^2$ が n によらない定数であることを示せ。
- (3) $b_n \geq 8^{n-1}$ が成り立つことを、数学的帰納法を用いて証明せよ。
- (4) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n}$ を求めよ。

N_gifu2020C_24.pbm