

**問題**  $xy$  平面において、 $x$  座標および  $y$  座標が共に整数であるような点を格子点と呼ぶ。 $xy$  平面上の相異なる 2 つの格子点を端点とする折れ線のうち、 $x$  座標または  $y$  座標が等しい格子点どうしを結ぶ線分のみから構成され、かつ同じ点を 2 度通ることのないものを、格子折れ線と呼ぶ。ここで、格子折れ線の向きは考慮せず、端点および通過する点がすべて等しい格子折れ線は同じものとする。また、自然数  $n$  に対し、

$$0 \leq x \leq n \text{ かつ } 0 \leq y \leq 1$$

を満たす格子点全体の集合を  $V_n$  とする。さらに、 $V_n$  に属する格子点をすべて通り、かつ  $V_n$  に属さない格子点は通らない格子折れ線全体の集合を  $L_n$  とする。たとえば、7 つの格子点  $(0, 1)$ ,  $(0, 0)$ ,  $(1, 0)$ ,  $(1, 1)$ ,  $(4, 1)$ ,  $(4, 0)$ ,  $(2, 0)$  を順に結んだ折れ線は  $L_4$  に属する。このとき、以下の各問いに答えよ。

- (1)  $L_1$  および  $L_2$  に属する格子折れ線をすべて図示せよ。
- (2)  $L_4$  に属する格子折れ線のうち、両端点の  $x$  座標の差が 3 以上となるものをすべて図示せよ。
- (3)  $n \geq 3$  のとき、 $L_n$  に属する格子折れ線のうち、両端点の  $x$  座標の差がちょうど  $n-2$  となるものの個数を求めよ。
- (4)  $L_n$  に属する格子折れ線の個数  $l_n$  を、 $n$  を用いて表せ。