

問題 $f(x)$ を連続関数とするとき、次の各問いに答えよ。

(1) 次の等式を示せ。

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin 2x) \sin x \, dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin 2x) \cos x \, dx$$

(2) 次の等式を示せ。

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin 2x)(\sin x + \cos x) \, dx = \int_{-1}^1 f(1-t^2) \, dt$$

(3) 次の定積分の値を求めよ。

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{1 + \sqrt{\sin 2x}} \, dx$$