

## 2024年度 金沢大学 前期理系 第4問

**問題**  $n$  を自然数とする。3 辺の長さが  $\sqrt{a_n}$ ,  $\sqrt{a_{n+1}}$ ,  $\sqrt{a_{n+1}}$  である二等辺三角形の面積が  $\frac{\sqrt{3}}{4}$  となる数列  $\{a_n\}$  を考える。次の問いに答えよ。

- (1) 3 辺の長さが  $\sqrt{a}$ ,  $\sqrt{b}$ ,  $\sqrt{b}$  である二等辺三角形の面積を求めよ。
- (2) 漸化式  $a_{n+1} = \frac{1}{4} \left( a_n + \frac{3}{a_n} \right)$  を示せ。また,  $a_{n+1} \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$  であることを示せ。
- (3) 等式  $a_{n+1} - 1 = \frac{a_n - 3}{4a_n} (a_n - 1)$  を示せ。
- (4)  $|a_1 - 1| \leq \frac{1}{4}$  とする。このとき, すべての  $n$  について,

$$|a_{n+1} - 1| \leq \frac{3}{4} |a_n - 1|$$

が成り立つことを示し, 極限  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  を求めよ。

N\_kanazawa2024A\_04.pbm