

問題 次の問いに答えよ。

(1) すべての実数 x に対して

$$\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x,$$

$$\cos 3x = -3 \cos x + 4 \cos^3 x$$

が成り立つことを、加法定理と2倍角の公式を用いて示せ。

(2) 実数 θ を、 $\frac{\pi}{3} < \theta < \frac{\pi}{2}$ と $\cos 3\theta = -\frac{11}{16}$ を同時に満たすものとする。このとき、 $\cos \theta$ を求めよ。

(3) (2)の θ に対して、定積分 $\int_0^\theta \sin^5 x \, dx$ を求めよ。