

問題 自然数 m, n に対して

$$I(m, n) = \int_1^e x^m e^x (\log x)^n dx$$

とする。以下の問いに答えよ。

- (1) $I(m+1, n+1)$ を $I(m, n+1), I(m, n), m, n$ を用いて表せ。
- (2) すべての自然数 m に対して, $\lim_{n \rightarrow \infty} I(m, n) = 0$ が成り立つことを示せ。