

2024年度 長崎大学 前期理系 第2問

問題 原点を O とする xy 座標平面上において、放物線 $C: y = x^2$ と直線 $l: y = x$ があり、 C と l で囲まれた領域の周および内部を図形 F とする。

また、 C 上の点 $P(t, t^2)$ ($0 \leq t \leq 1$) を通り、 l に垂直な直線を m とし、 m と l との交点を Q とする。以下の問いに答えよ。

- (1) 図形 F を x 軸の周りに 1 回転してできる回転体の体積 V_1 を求めよ。
- (2) 直線 m の方程式および点 Q の座標を、 t を用いてそれぞれ表せ。
- (3) 線分 PQ の長さの平方 (PQ^2) を t を用いて表せ。
- (4) 線分 OQ の長さを s とするとき、 s および $\frac{ds}{dt}$ を、 t を用いてそれぞれ表せ。
- (5) 図形 F を直線 l の周りに 1 回転してできる回転体の体積 V_2 を求めよ。また、(1) で求めた V_1 との比 $\frac{V_2}{V_1}$ を求めよ。

N_nagasaki2024A_02.pbm