

2024年度 長崎大学 前期理系 第3問

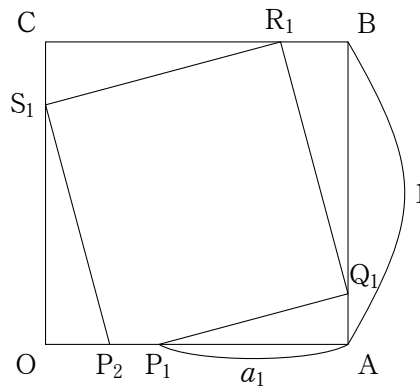
**問題** 下図のように、一辺の長さが1の正方形OABCがある。辺OA上に点 $P_1$ をとり、 $AP_1 = a_1$ とする。ただし、 $0 < a_1 < 1$ とする。

$\angle AP_1Q_1 = \angle BQ_1R_1 = \angle CR_1S_1 = \theta$  ( $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ ) となるように点 $Q_1, R_1, S_1$ を、それぞれ辺AB, BC, CO上にとる。

さらに、 $\angle OS_1P_2 = \angle AP_2Q_2 = \angle BQ_2R_2 = \angle CR_2S_2 = \theta$  となるように点 $P_2, Q_2, R_2, S_2$ を、それぞれ辺OA, AB, BC, CO上にとる。

このような操作を繰り返し、点 $P_n, Q_n, R_n, S_n$ を、それぞれ辺OA, AB, BC, CO上にとる。 $AP_n = a_n$ とするとき、以下の問いに答えよ。

- (1) 線分 $AQ_n, BR_n, CS_n$ の長さを、 $a_n, \theta$ を用いてそれぞれ表せ。
- (2)  $a_{n+1}$ を $a_n, \theta$ を用いて表せ。
- (3)  $a_n$ を $a_1, n, \theta$ を用いて表せ。
- (4)  $P_1$ と $P_2$ が同じ点のとき、 $a_1$ を $\theta$ を用いて表せ。また、 $P_1$ と $P_2$ が異なる点のとき、この操作を繰り返すと、 $P_n$ は線分OAをどのような比に内分する点に限りなく近づくか説明せよ。



図