

2024年度 長崎大学 前期理系 第4問

問題 z に関する4次方程式 $z^4 + pz^2 + qz + 27 = 0$ (p, q は実数)がある。複素数 α と α^2 はこの4次方程式の解であり、 α の実部と虚部はともに正とする。以下の問いに答えよ。ただし、 \bar{z} は複素数 z の共役複素数を表すものとする。

- (1) z_1, z_2 が複素数のとき、 $\bar{z}_1 + \bar{z}_2 = \overline{z_1 + z_2}$ 、および $\bar{z}_1 \bar{z}_2 = \overline{z_1 z_2}$ が成り立つことを示せ。
- (2) $\bar{\alpha}$ はこの4次方程式の解であることを示せ。
- (3) $\alpha + \alpha^2$ は純虚数であることを示せ。
- (4) $|\alpha|$ および α の値をそれぞれ求めよ。
- (5) この4次方程式のすべての解を求めよ。また、 p, q の値をそれぞれ求めよ。

N_nagasaki2024A_04.pbm