

2021年度 岡山大学 前期理系 第4問

問題 正の整数 n に対して、関数 $f(x) = x^{2n}$ を考える。 $t > 0$ に対して、曲線 $y = f(x)$ 上の3点

$$A(-t, f(-t)), O(0, 0), B(t, f(t))$$

を通る円の中心を $(p(t), q(t))$ 、半径を $r(t)$ とする。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) 極限 $\lim_{t \rightarrow +0} p(t)$, $\lim_{t \rightarrow +0} q(t)$, $\lim_{t \rightarrow +0} r(t)$ がすべて収束するとき $n = 1$ であることを示せ。また、このとき $a = \lim_{t \rightarrow +0} p(t)$, $b = \lim_{t \rightarrow +0} q(t)$, $c = \lim_{t \rightarrow +0} r(t)$ の値を求めよ。
- (2) a, b, c を (1) で求めたものとする。このとき、中心 (a, b) 、半径 c の円と放物線 $y = x^2$ および直線 $x = b$ で囲まれた図形を、 x 軸の周りに1回転してできる回転体の体積 V を求めよ。

N_okayama2021A_04.pbm