

## 2021年度 岡山大学 前期理系 第4問

**問題** 正の整数  $n$  に対して、関数  $f(x) = x^{2n}$  を考える。 $t > 0$  に対して、曲線  $y = f(x)$  上の3点

$$A(-t, f(-t)), O(0, 0), B(t, f(t))$$

を通る円の中心を  $(p(t), q(t))$ 、半径を  $r(t)$  とする。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) 極限  $\lim_{t \rightarrow +0} p(t)$ ,  $\lim_{t \rightarrow +0} q(t)$ ,  $\lim_{t \rightarrow +0} r(t)$  がすべて収束するとき  $n = 1$  であることを示せ。また、このとき  $a = \lim_{t \rightarrow +0} p(t)$ ,  $b = \lim_{t \rightarrow +0} q(t)$ ,  $c = \lim_{t \rightarrow +0} r(t)$  の値を求めよ。
- (2)  $a, b, c$  を (1) で求めたものとする。このとき、中心  $(a, b)$ 、半径  $c$  の円と放物線  $y = x^2$  および直線  $x = b$  で囲まれた図形を、 $x$  軸の周りに1回転してできる回転体の体積  $V$  を求めよ。

N\_okayama2021A\_04.pbm