2021 年度　岡山大学　前期理系　第 4 問

問題　正の整数 n に対して，関数 $f(x)=x^{2n}$ を考える。$t>0$ に対して，曲線 $y=f(x)$ 上の 3 点

$$\mathrm{A}(-t,\ f(-t)),\ \mathrm{O}(0,\ 0),\ \mathrm{B}(t,\ f(t))$$

を通る円の中心を $(p(t),\ q(t))$，半径を $r(t)$ とする。このとき，以下の問いに答えよ。

(1)　極限 $\displaystyle\lim_{t\to+0}p(t)$，$\displaystyle\lim_{t\to+0}q(t)$，$\displaystyle\lim_{t\to+0}r(t)$ がすべて収束するとき $n=1$ であることを示せ。また，このとき $a=\displaystyle\lim_{t\to+0}p(t)$，$b=\displaystyle\lim_{t\to+0}q(t)$，$c=\displaystyle\lim_{t\to+0}r(t)$ の値を求めよ。

(2)　a，b，c を (1) で求めたものとする。このとき，中心 $(a,\ b)$，半径 c の円と放物線 $y=x^2$ および直線 $x=b$ で囲まれた図形を，x 軸の周りに 1 回転してできる回転体の体積 V を求めよ。

N_okayama2021A_04.pbm