

2023年度 佐賀大学 前期理系 第1問

問題 四面体 OABC において、 \overrightarrow{OA} , \overrightarrow{OB} , \overrightarrow{OC} をそれぞれ \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} とおく。これらは

$$|\vec{a}| = |\vec{b}| = 2, \quad |\vec{c}| = \sqrt{3}$$

および

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0, \quad \vec{a} \cdot \vec{c} = \vec{b} \cdot \vec{c} = \frac{1}{2}$$

を満たすとする。頂点 O から $\triangle ABC$ を含む平面に垂線を引き、交点を H とする。次の間に答えよ。

- (1) $|\overrightarrow{AB}|^2$, $|\overrightarrow{AC}|^2$, $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ の値をそれぞれ求めよ。
- (2) 実数 s, t により \overrightarrow{AH} が $\overrightarrow{AH} = s\overrightarrow{AB} + t\overrightarrow{AC}$ と表されるとき、 \overrightarrow{OH} を $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, s, t$ を用いて表せ。
- (3) (2) の s, t の値をそれぞれ求めよ。
- (4) 四面体 OABC の体積を求めよ。