

2018年度 徳島大学 前期理系 第1問

問題 n を自然数とし, $S_n = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n}}$ とする。

(1) $x > 0$ のとき $\frac{1}{2\sqrt{x+1}} < \sqrt{x+1} - \sqrt{x} < \frac{1}{2\sqrt{x}}$ を示せ。

(2) $n \geq 2$ のとき $2(\sqrt{n+1} - 1) < S_n < 2\sqrt{n} - 1$ を示せ。

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{\sqrt{n}}$ を求めよ。