2023 年度　徳島大学　前期理系　第２問

問題　n を 2 以上の整数とする。複素数平面上の 4 点を O(0)，A(1)，B(i)，C(-1) とする。AC を直径として点 B を含む半円を考える。弧 AC を n 等分する分点を点 A に近い方から順に P_1，P_2，…，P_{n-1} とし，$A = P_0$，$C = P_n$ とおく。ただし，i は虚数単位とする。

(1)　$\triangle OP_1P_2$ の面積が $\dfrac{1}{4}$ になるとき，点 P_1 を表す複素数 α および点 P_2 を表す複素数 β を求めよ。

(2)　$0<k<n$ に対して，$AP_k \leqq CP_k$ を満たす $\triangle AP_kC$ の 2 辺の長さの和 $AP_k + CP_k$ が $\sqrt{6}$ になるとき，$\dfrac{k}{n}$ の値を求めよ。

(3)　$0<k<n$ に対して，$\triangle AP_kC$ の面積を S_k とするとき，$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{S_1+S_2+\cdots+S_{n-1}}{n}$ を求めよ。

(4)　点 B を原点 O を中心として $\dfrac{\pi}{3}$ だけ回転した点を表す複素数を z とする。z の 2023 乗を求めよ。

N_tokushima2023A_02.pbm