

2023年度 徳島大学 前期理系 第2問

問題 n を 2 以上の整数とする。複素数平面上の 4 点を $O(0)$, $A(1)$, $B(i)$, $C(-1)$ とする。AC を直径として点 B を含む半円を考える。弧 AC を n 等分する分点を点 A に近い方から順に P_1, P_2, \dots, P_{n-1} とし, $A = P_0$, $C = P_n$ とおく。ただし, i は虚数単位とする。

- (1) $\triangle OP_1P_2$ の面積が $\frac{1}{4}$ になるとき, 点 P_1 を表す複素数 α および点 P_2 を表す複素数 β を求めよ。
- (2) $0 < k < n$ に対して, $AP_k \leq CP_k$ を満たす $\triangle AP_kC$ の 2 辺の長さの和 $AP_k + CP_k$ が $\sqrt{6}$ になるとき, $\frac{k}{n}$ の値を求めよ。
- (3) $0 < k < n$ に対して, $\triangle AP_kC$ の面積を S_k とするとき, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_1 + S_2 + \dots + S_{n-1}}{n}$ を求めよ。
- (4) 点 B を原点 O を中心として $\frac{\pi}{3}$ だけ回転した点を表す複素数を z とする。 z の 2023 乗を求めよ。

N_tokushima2023A_02.pbm