

2024年度 徳島大学 前期理系 第3問

問題 関数 $f(x)$ は $x \geq 0$ のとき $f(x) \geq 0$ を満たす。自然数 n に対して、連立不等式 $0 \leq x \leq n, 0 \leq y \leq f(x)$ の表す xy 平面上的領域の面積を S_n 、その領域に含まれる x 座標と y 座標がともに整数である点の個数を L_n とおく。

(1) $f(x) = x^3$ のとき、 L_n を n を用いて表せ。

(2) $f(x) = x^3$ のとき、 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{L_n}{S_n}$ を求めよ。

(3) $f(x) = xe^x$ のとき、 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{S_n} \sum_{k=0}^n ke^k$ および $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{L_n}{S_n}$ を求めよ。

N_tokushima2024A_03.pbm