

2023年度 東京大学 前期理系 第4問

問題 座標空間内の4点 $O(0, 0, 0)$, $A(2, 0, 0)$, $B(1, 1, 1)$, $C(1, 2, 3)$ を考える。

- (1) $\vec{OP} \perp \vec{OA}$, $\vec{OP} \perp \vec{OB}$, $\vec{OP} \cdot \vec{OC} = 1$ を満たす点 P の座標を求めよ。
- (2) 点 P から直線 AB に垂線を下ろし、その垂線と直線 AB の交点を H とする。 \vec{OH} を \vec{OA} と \vec{OB} を用いて表せ。
- (3) 点 Q を $\vec{OQ} = \frac{3}{4}\vec{OA} + \vec{OP}$ により定め、 Q を中心とする半径 r の球面 S を考える。 S が三角形 OHB と共有点を持つような r の範囲を求めよ。ただし、三角形 OHB は3点 O, H, B を含む平面内にあり、周とその内部からなるものとする。

N_tokyo2023A_04.pbm