

2023年度 京都府立医科大学 前期理系 第2問

問題 関数 $f(t)$, $g(t)$ は微分可能でその導関数は連続であり、導関数 $f'(t)$, $g'(t)$ の値は同時に 0 になることはないとする。

xy 平面上で媒介変数 t を用いて $x = f(t)$, $y = g(t)$ と表される曲線 C を考える。 C 上に点 $P(f(t_0), g(t_0))$ をとる。ただし $t \neq t_0$ ならば $(f(t), g(t)) \neq (f(t_0), g(t_0))$ を満たすとする。 P を通る直線 ℓ を考える。 C 上に P と異なる点 $Q(f(t), g(t))$ をとり、 Q から ℓ に垂線をおろし、 ℓ との交点を H とする。ただし、 Q が ℓ 上にあるときは $H = Q$ とする。

(1) \vec{n} は大きさ 1 の ℓ に垂直なベクトルとする。

$$|\vec{QH}| = |\vec{n} \cdot \vec{PQ}|$$

であることを証明せよ。

(2) ℓ が P における C の接線であるための必要十分条件は、 $\lim_{t \rightarrow t_0} \frac{|\vec{QH}|}{|\vec{PQ}|} = 0$ であることを証明せよ。

P_kyofui2023A_02.pbm