

2023年度 京都府立医科大学 前期理系 第4問

**問題**  $a, b$  は  $0 < b < 1 < a$  を満たす実数とする。 $xy$  平面上で方程式

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2 - 1} = 1$$

で表される楕円を  $C$  とする。 $C$  と同じ焦点をもち、点  $(b, 0)$  を通る双曲線を  $D$  とする。 $C$  と  $D$  の共有点のうち第1象限にあるものを  $P$  とし、その  $x$  座標を  $s$  とする。 $C$  で囲まれる部分と領域  $0 \leq x \leq s$  との共通部分を  $K$  とし、直線  $x = s$  と  $D$  で囲まれる部分を  $L$  とする。 $K$  と  $L$  を  $x$  軸のまわりに1回転してできる立体の体積をそれぞれ  $V_K, V_L$  とする。

- (1)  $s$  を  $a, b$  を用いて表せ。
- (2) 点  $P$  における  $C$  の接線と  $D$  の接線は垂直であることを証明せよ。
- (3)  $V_K$  を  $a, b$  を用いて表せ。
- (4)  $s = 1$  であるとき、極限  $\lim_{a \rightarrow \infty} \frac{V_L}{V_K}$  を求めよ。

P\_kyofui2023A\_04.pbm