

2019年度 奈良県立医科大学 前期理系 第2問

問題 以下の文章の空欄に適切な数、式または数学記号を入れて文章を完成させよ。

n は0以上の整数とする。整数からなる数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ は $(3 + \sqrt{5})^n = a_n + b_n\sqrt{5}$ を満たすとする。このとき、 $a_0 =$, $b_0 =$ であり、 $\{a_n\}$ と $\{b_n\}$ は次の漸化式を満たす。

$$a_{n+1} = \text{ウ} a_n + \text{エ} b_n,$$

$$b_{n+1} = a_n + \text{オ} b_n$$

ところで、 $(3 - \sqrt{5})^n$ を a_n, b_n を用いて表すと $(3 - \sqrt{5})^n = a_n -$ b_n であることから、一般項は

$$a_n = \text{キ},$$

$$b_n = \text{ク}$$

となる。0以上の実数 x に対して、 x を超えない最大の整数を $[x]$ と表し、 x の小数部分を $\langle x \rangle = x - [x]$ と表す。 x が0以上の実数全体を動くとき、 $\langle x \rangle$ の取りうる値の範囲は である。 $0 < (3 - \sqrt{5})^n < 1$ であることに注意すると、

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \langle (3 + \sqrt{5})^n \rangle = \text{ク}$$

となることが分かる。