

## 2022年度 大阪公立大学 前期理系 第1問

**問題**  $\log$  を自然対数,  $e$  をその底とする。次の問いに答えよ。

(1)  $x \geq 0$  のとき,

$$x - \frac{x^2}{2} \leq \log(1+x) \leq x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3}$$

が成り立つことを示せ。

(2)  $t \geq 0$  とする。次の極限を  $t$  を用いて表せ。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} e^{nt} \left(1 + \frac{t}{n}\right)^{-n^2}$$

(3) (2) で求めた極限を  $f(t)$  とおく。このとき

$$\int_0^{100} f(t) dt < \frac{e^{5000}}{50}$$

が成り立つことを示せ。