

2022年度 大阪公立大学 前期理系 第1問

問題 \log を自然対数, e をその底とする。次の問いに答えよ。

(1) $x \geq 0$ のとき,

$$x - \frac{x^2}{2} \leq \log(1+x) \leq x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3}$$

が成り立つことを示せ。

(2) $t \geq 0$ とする。次の極限を t を用いて表せ。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} e^{nt} \left(1 + \frac{t}{n}\right)^{-n^2}$$

(3) (2) で求めた極限を $f(t)$ とおく。このとき

$$\int_0^{100} f(t) dt < \frac{e^{5000}}{50}$$

が成り立つことを示せ。