

2022年度 大阪公立大学 前期理系 第3問

問題 p, q を自然数とする。次の問いに答えよ。

- (1) $p = 7, q = 11$ のとき、等式 $px + qy = 1$ を満たす整数 x, y の組を1つ求めよ。
- (2) $p = 6, q = 9$ のとき、等式 $px + qy = 1$ を満たす整数 x, y の組は存在しないことを示せ。
- (3) i を虚数単位とする。自然数 n に対して、集合 X_n を

$$X_n = \left\{ \left(\cos \frac{2\pi}{n} + i \sin \frac{2\pi}{n} \right)^k \mid k \text{ は整数} \right\}$$

と定める。また、等式 $px + qy = 1$ を満たす整数 x, y の組が存在すると仮定する。このとき、集合 X_{pq} に属するすべての数は、 X_p に属する数と X_q に属する数の積で表されることを示せ。

- (4) 集合 X_n は(3)で定めたものとする。複素数

$$\cos \frac{2\pi}{pq} + i \sin \frac{2\pi}{pq}$$

が X_p に属する数と X_q に属する数の積で表されるとき、 p と q は互いに素であることを示せ。