

2018年度 横浜市立大学 前期理系 第3問

問題 以下の問いに答えよ。

(1) n を素数でない4以上の整数とする。このとき、 n^2 の約数 d で、 $n < d < n^2$ をみたすものが存在することを証明せよ。

(2) 整数 $\sum_{k=0}^{50} {}_{101}C_k$ の約数の個数を求めよ。

(3) $X = 3^4 \cdot ({}_{11}C_0 + {}_{11}C_1 + {}_{11}C_2 + {}_{11}C_3 + {}_{11}C_4 + {}_{11}C_5)$ とし、全体集合 $U = \{1, 2, \dots, X\}$ を考える。 U の部分集合 A, B, C を

$$A = \{x \mid x \in U \text{ かつ } x \text{ は } X \text{ の約数}\}$$

$$B = \{x \mid x \in U \text{ かつ } x \text{ は } X^2 \text{ の約数}\}$$

$$C = \{x \mid x = 1, 2, \dots, X-1\}$$

とする。

(ア) X^2 の約数で、かつ X より小さく、 X の約数でないような整数からなる U の部分集合を D とする。 D を A, B, C を用いて表せ。

(イ) (ア) における D の要素の個数を求めよ。