

## 問題

(1) 2つの異なる自然数  $m, n$  に対して,  $\int_{-1}^1 \sin m\pi x \sin n\pi x dx$  を求めよ。

(2) 自然数  $n$  に対して,  $\int_{-1}^1 \sin^2 n\pi x dx$  を求めよ。

(3) 自然数  $n$  に対して,  $\int_{-1}^1 x \sin n\pi x dx$  を求めよ。

(4)  $N$  を自然数とし,  $c_n (1 \leq n \leq N)$  を実数として,  $f(x) = \sum_{n=1}^N c_n \sin n\pi x$  とおく。

$c_n (1 \leq n \leq N)$  を変化させるとき,  $\int_{-1}^1 (x - f(x))^2 dx$  が最小になる  $c_n (1 \leq n \leq N)$  の値を求めよ。