

2024年度 獨協医科大学 前期1日目理系 第2問

問題 座標空間に球面 $S: x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 9 = 0$ があり、点 $A(3, 2, -2)$ は球面 S 上の点である。
 点 $(3, 4, 6)$ を通り $\vec{d} = (1, 1, 2)$ に平行な直線を l とし、 l と S の2つの交点のうち、 x 座標が負であるものを B 、正であるものを C とする。

(1) 点 B, C の座標は、それぞれ、

$$B(-\boxed{\text{ア}}, \boxed{\text{イ}}, -\boxed{\text{ウ}}), C(\boxed{\text{エ}}, \boxed{\text{オ}}, \boxed{\text{カ}})$$

である。

(2) 平面 ABC に垂直で、かつ y 成分が正であるような単位ベクトルの成分表示は

$$\frac{1}{\sqrt{\boxed{\text{キク}}}} (\boxed{\text{ケコ}}, \boxed{\text{サ}}, \boxed{\text{シス}})$$

である。

(3) 三角形 ABC の外心を J とすると、 J の座標は

$$J\left(\frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}, \frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{ソ}}}, \frac{\boxed{\text{チツ}}}{\boxed{\text{ソ}}}\right)$$

である。

(4) 球面 S 上に点 D をとる。ただし、点 D は平面 ABC 上にないものとする。このとき、四面体 $ABCD$ の体積の最大値は、

$$\boxed{\text{テ}} + \frac{\boxed{\text{トナ}} \sqrt{\boxed{\text{ニ}}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$$

である。