

問題 a, b は正の数, x, y は実数とし

$$(a+1)^{2x} + (a+1)^{2y} = b \dots\dots (*)$$

とする。

(1) $a = 1, b = 3, y = -x$ とする。

$t = 4^x$ とおくと, (*) は t の式として

$$t^{\text{ア}} - \text{イ} t + \text{ウ} = 0$$

と表され, これを満たす t の値は

$$t = \frac{\text{エ} \pm \sqrt{\text{オ}}}{\text{カ}}$$

である。このとき,

$$x = \log_2 \frac{\sqrt{\text{キ}} \pm \text{ク}}{\text{ケ}}$$

である。

(2) $y = -x + 1$ のとき, (*) を満たす x, y が存在するための a, b の条件は

$$b \geq \text{コ} a + \text{サ}$$

である。

(3) (*) を満たす x, y で, $0 \leq x \leq 1$ かつ $0 \leq y \leq 1$ であるようなものが存在するための a, b の条件は

$$\text{シ} \leq b \leq \text{ス} a^{\text{セ}} + \text{ソ} a + \text{タ}$$

である。

(4) 条件「 $0 \leq x \leq 1$ を満たす任意の x に対し, (*) と $0 \leq y \leq 1$ をともに満たすような y が存在する」が成り立つとき, a と b の間に成り立つ関係式は

$$b = a^{\text{チ}} + \text{ツ} a + \text{テ}$$

である。