2024 年度　獨協医科大学　前期 2 日目理系　第 3 問

問題　a を正の定数とする。極方程式 $r=ae^{\theta}$（$0 \leqq \theta \leqq 2\pi$）で表される曲線を C とする。

極座標が $(a,\ 0)$ である点を A とし，極を O とする。極方程式 $\theta=\dfrac{\pi}{6}$ で表される直線と曲線 C との 2 つの交点を B_1，B_2（ただし $OB_2 > OB_1$），極方程式 $\theta=\dfrac{\pi}{3}$ でえ表される直線と曲線 C との 2 つの交点を D_1，D_2（ただし $OD_2 > OD_1$）とするとき，三角形 OB_1D_2 の面積は $\dfrac{1}{8}e^{\frac{3}{2}\pi}$ である。

(1)　定数 a の値は $a=\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ア}}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。また，三角形 OAB_1 の面積を S_1，三角形 OB_2D_2 の面積を S_2 とすると，$\dfrac{S_2}{S_1}=e^{\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}\pi}$ である。

(2)　xy 平面上の曲線 C 上の点 P の直交座標を $(x,\ y)$ とすると，

$$\begin{cases} x=ae^{\theta}\cos\theta \\ y=ae^{\theta}\sin\theta \end{cases}$$

と表せる。

曲線 C の長さは，$e^{\boxed{\text{オ}}\pi}-\boxed{\text{カ}}$ である。

また，$0<\theta<2\pi$ とするとき，点 P における C の接線 ℓ と直線 OP のなす角を α とおく。ただし，$0 \leqq \alpha \leqq \dfrac{\pi}{2}$ とする。このとき，

$$\alpha=\frac{\pi}{\boxed{\text{キ}}}$$

である。

(3)　点 B_1 における C の接線の極方程式は，

$$r\cos\left(\theta+\frac{\pi}{\boxed{\text{クケ}}}\right)=\frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}e^{\frac{\pi}{6}}$$

である。

S_dokkyouika2024A2_03.pbm