2006 年度　東京慈恵会医科大学　前期理系　第２問

問題　n が正整数のとき，等式

$$\sum_{r=1}^{n}(-1)^r{}_n\mathrm{C}_r\frac{1}{r}=-\sum_{r=1}^{n}\frac{1}{r}\ \cdots\cdots ①$$

すなわち，

$$-\frac{{}_n\mathrm{C}_1}{1}+\frac{{}_n\mathrm{C}_2}{2}-\cdots\cdots+(-1)^n\frac{{}_n\mathrm{C}_n}{n}=-\left(1+\frac{1}{2}+\cdots\cdots+\frac{1}{n}\right)$$

が成り立つ。これを証明したい。以下の設問に答えよ。ただし，(1) と (2) はそれぞれ独立した問題である。

(1)　等式

$${}_n\mathrm{C}_r-{}_{n-1}\mathrm{C}_r={}_{n-1}\mathrm{C}_{r-1}$$

を証明せよ。ただし，$n \geqq 2$，$1 \leqq r \leqq n-1$ とする。

(2)　等式

$$\sum_{r=1}^{n-1}(-1)^r{}_{n-1}\mathrm{C}_{r-1}\frac{n}{r}=-1-(-1)^n$$

を証明せよ。ただし，$n \geqq 2$ とする。

(3)　等式 ① の左辺を a_n とする。すなわち，$a_n=\sum_{r=1}^{n}(-1)^r{}_n\mathrm{C}_r\frac{1}{r}$ である。a_1 および $n \geqq 2$ のとき a_n-a_{n-1} の値を求めて，等式 ① を導け。

S_jikeiika2006A_02.pbm