

**問題**  $a$  を正の実数の定数とし、 $xy$  平面上の2曲線

$$C_1 : y = xe^{-x}, C_2 : y = ae^{-x}$$

を考える。このとき、次の問いに答えよ。ただし、 $e$  は自然対数の底である。

- (1) 関数  $y = xe^{-x}$  の増減、極値、グラフの凹凸および変曲点を調べて、そのグラフの概形を  $xy$  平面上に描け ( $xy$  平面は解答用紙にある)。ただし、必要ならば  $\lim_{x \rightarrow \infty} xe^{-x} = 0$  を用いてよい。
- (2)  $1 \leq x \leq 2$  の範囲で、 $C_1$ 、 $C_2$  と2直線  $x = 1$ 、 $x = 2$  で囲まれた部分の面積  $S(a)$  を  $a$  を用いて表せ。
- (3)  $a$  が  $a > 0$  の範囲を動くとき、 $S(a)$  が最小となる  $a$  の値を求めよ。