

2021年度 東京慈恵会医科大学 前期理系 第3問

**問題**  $a, b$  は互いに素である自然数の定数で,  $a \geq 2$  とする。  $0 < x \leq \pi$  のとき,

$$\begin{cases} \cos x \leq \cos 2ax \\ \sin 2ax \leq 0 \end{cases}$$

をみたす  $x$  の値の範囲は, 互いに共通部分をもたない  $n$  個の閉区間の和集合であり, それら  $n$  個の閉区間の長さの値を小さい方から順に  $x_1, \dots, x_n$  とする。  $k = 1, \dots, n$  に対し  $\theta_k = 2b(2a+1)x_k$  とおき,  $xy$  平面において, 一般角  $\theta_k$  の動径と単位円との交点を  $Z_k$  とするとき, 次の問いに答えよ。ただし, 動径は原点を中心とし,  $x$  軸の正の部分を開始とする。

- (1)  $n = a$  であり,  $\theta_k = 2k\pi \frac{b}{a}$  ( $k = 1, \dots, a$ ) と表されることを示せ。
- (2)  $k = 1, \dots, a$  に対し,  $kb$  を  $a$  で割ったときの商を  $q_k$ , 余りを  $r_k$  とする。  $1 \leq i < j \leq a$  をみたす任意の自然数  $i, j$  に対し  $r_i \neq r_j$  を示し, 点  $Z_1, \dots, Z_a$  は単位円を  $a$  等分する  $a$  個の分点であることを示せ。

S\_jikeiika2021A\_03.pbm