

2021年度 東京慈恵会医科大学 前期理系 第4問

問題 実数 t は $0 < t < 1$ をみたす定数とする。1 辺の長さが 1 の正方形 $A_1B_1C_1D_1$ があり、四角形 $A_{n+1}B_{n+1}C_{n+1}D_{n+1}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) を次のように帰納的につくる。
四角形 $A_nB_nC_nD_n$ がつくられたとき、

- 各辺 $A_nB_n, B_nC_n, C_nD_n, D_nA_n$ を $t : 1 - t$ に内分する点を、順に H_n, I_n, J_n, K_n とする。
- A_nJ_n と B_nK_n の交点 A_{n+1} , B_nK_n と C_nH_n の交点 B_{n+1} , C_nH_n と D_nI_n の交点 C_{n+1} , D_nI_n と A_nJ_n の交点 D_{n+1} を頂点として、四角形 $A_{n+1}B_{n+1}C_{n+1}D_{n+1}$ をつくる。

$\triangle A_nA_{n+1}K_n$ の面積を a_n とするとき、無限級数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ の和が $\frac{1}{8}$ となるような定数 t の値を求めよ。

S_jikeiika2021A_04.pbm