2009 年度　順天堂大学　前期理系　第２問

問題　$y=x$ と $x=1$ および x 軸に囲まれた部分の x 軸の周りでの回転体を考える。この回転体は底面の半径 $\boxed{\text{ア}}$ ，高さ $\boxed{\text{イ}}$ の円錐になる。ここで回転体の体積をあたえる積分の被積分関数は各 x の値における x 軸に垂直な面によるこの円錐の切り口の面積になっている。点 $\mathrm{A}(1,\ 0)$ を通る直線 $y=-x+1$ は，点 $\mathrm{B}\left(\dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}},\ \dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}\right)$ で $y=x$ と交わる。$\mathrm{AB}=\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{ク}}}$ となり，$a=\mathrm{AB}$ とおく。ここで，線分 AB 上の点 C に対して，$t=\mathrm{AC}$ とおく。C を通り AB に垂直な直線の x 軸との交点を D，$x=1$ との交点を E とする。ここで，線分 DE と $x=1$ および x 軸に囲まれた部分 T の x 軸の周りでの回転体を考える。この回転体の側面積は t の関数として $\boxed{\text{ケ}}\sqrt{\boxed{\text{コ}}}\,\pi t^2$ と表される。この関数を 0 から a まで積分すると $\dfrac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}\pi$ となる。

次に，直線 $y=x$ および円 $x^2+y^2=2$ と x 軸によって囲まれた扇形の x 軸の周りでの回転体 V の体積は $\dfrac{\boxed{\text{スセ}}+\boxed{\text{ソ}}\sqrt{\boxed{\text{タ}}}}{\boxed{\text{チ}}}\pi$ である。球の体積の公式を半径 r の関数として微分すると表面積となる。このことに注意すると，この V の表面積は $\left(\boxed{\text{ツ}}-\sqrt{\boxed{\text{テ}}}\right)\pi$ となる。

S_juntendo2009A_02.pbm