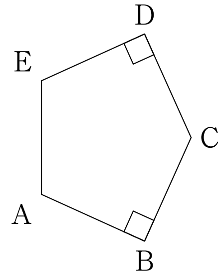
2024 年度　順天堂大学　前期理系　第２問

問題 $\boxed{}$ に適する解答をマークせよ。

右図の五角形 ABCDE において，

$$\mathrm{AB}=\mathrm{BC}=\mathrm{CD}=\mathrm{DE}=\mathrm{EA}=1,\ \angle\mathrm{B}=\angle\mathrm{D}=90^\circ$$

である。



(1)　$\cos\angle\mathrm{ACE}=\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ である。

また，五角形 ABCDE の面積は $\dfrac{\boxed{ウ}+\sqrt{\boxed{エ}}}{\boxed{オ}}$ である。

(2)　$\overrightarrow{\mathrm{CB}}=\vec{p}$，$\overrightarrow{\mathrm{CD}}=\vec{q}$ とすると $|\vec{p}|=|\vec{q}|=1$，$\vec{p}\cdot\vec{q}=-\dfrac{\sqrt{\boxed{カ}}}{\boxed{キ}}$ である。

ここで $\overrightarrow{\mathrm{CA}}=s\vec{p}+t\vec{q}$ とおくと，$\overrightarrow{\mathrm{CB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{BA}}=0$，$|\overrightarrow{\mathrm{BA}}|=1$，$\overrightarrow{\mathrm{CD}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{BA}}>0$ より

$$s=\frac{\boxed{ク}+\sqrt{\boxed{ケ}}}{\boxed{コ}},\quad t=\frac{\boxed{サ}}{\boxed{シ}}$$ を得る。

辺 AE の中点を M とすると，$\overrightarrow{\mathrm{CM}}=\dfrac{\boxed{ス}+\sqrt{\boxed{セ}}}{\boxed{ソ}}(\vec{p}+\vec{q})$ となり，

$$\overrightarrow{\mathrm{MB}}=-\frac{\boxed{タ}+\sqrt{\boxed{チ}}}{\boxed{ツ}}\vec{p}-\frac{\boxed{テ}+\sqrt{\boxed{ト}}}{\boxed{ナ}}\vec{q}$$ となる。

(3)　五角形 ABCDE と合同な五角形を用いて図 1 のように隙間も重なりもなく平面を敷き詰めることができる。この平面の敷き詰めの周期的構造を特徴づけるベクトルとして $\overrightarrow{\mathrm{MM'}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{MM''}}$ をとる。ただし，点 M′ は辺 A′E′ の中点，点 M″ は辺 A″E″ の中点である。

このとき，

$$\overrightarrow{\mathrm{MM'}}=-\frac{\boxed{ニ}+\sqrt{\boxed{ヌ}}}{\boxed{ネ}}\vec{p}-\frac{\boxed{ノ}+\sqrt{\boxed{ハ}}}{\boxed{ヒ}}\vec{q}$$

であり，$|\overrightarrow{\mathrm{MM'}}|^2=\boxed{フ}+\sqrt{\boxed{ヘ}}$，$\overrightarrow{\mathrm{MM'}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{MM''}}=\boxed{ホ}$ である。

また，$\triangle\mathrm{MM'M''}$ の面積は $\dfrac{\boxed{マ}+\sqrt{\boxed{ミ}}}{\boxed{ム}}$ である。

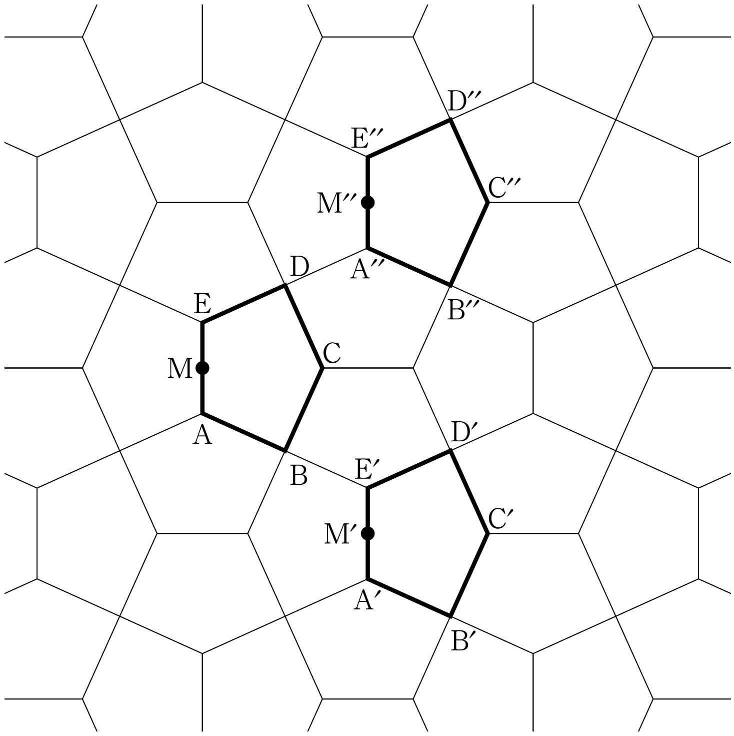


図 1 : 五角形による平面の敷き詰め

S_juntendo2024A_02.pbm