

2024 年度 順天堂大学 前期理系 第3問

問題 $f(0) = 1$, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$ を満たす連続な増加関数 $f(x)$ が逆関数 $f^{-1}(x)$ を持つとする。このとき、正の整数 n に対して $a_n = f^{-1}(n)$ とし、

$$S_n = \begin{cases} 0 & (n = 1) \\ \sum_{k=1}^{n-1} k(a_{k+1} - a_k) & (n \geq 2) \end{cases}$$

とする。

- (1) $f(x) = \sqrt{x+1}$ のとき、 a_2, a_3 を求めよ。
- (2) $f(x) = \sqrt{x+1}$ のとき、 S_n を n を用いて表せ。
- (3) $f(x) = e^x$ のとき、 $S_n = n \log n - \log(n!)$ を示せ。
- (4) 正の整数 n に対して $n! \geq n^n e^{1-n}$ を示せ。

S_juntendo2024A_03.pbm