

2018年度 上智大学 ---- 第901問

**問題** 座標空間において、 $0 \leq x \leq 1$ ,  $0 \leq y \leq 1$ ,  $0 \leq z \leq 1$ の表す部分は立方体である。また、 $x^2 + y^2 \leq 1$ ,  $0 \leq z \leq 1$ の表す部分は高さ1の円柱である。

- (1) 座標空間において、 $0 \leq x \leq 1$ ,  $0 \leq y \leq 1$ ,  $0 \leq z \leq 1$ ,  $y^2 + z^2 \geq 1$ ,  $x^2 + z^2 \geq 1$ の表す部分を  $A$  とする。  $A$  を平面  $z = \frac{1}{2}$  で切ったときの断面積は

$$\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} + \boxed{\text{ウ}} \sqrt{\boxed{\text{エ}}}$$

であり、 $A$  の体積は  $\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}} + \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}} \pi$  である。

- (2) 座標空間において、 $0 \leq x \leq 1$ ,  $0 \leq y \leq 1$ ,  $0 \leq z \leq 1$ ,  $y^2 + z^2 \geq 1$ ,  $x^2 + z^2 \geq 1$ ,  $x^2 + y^2 \geq 1$ の表す部分を  $B$  とする。  $B$  のうち、 $z$  座標が  $0 \leq z \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$  の範囲にある部分の体積は

$$\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}} + \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}} \sqrt{\boxed{\text{ス}}} + \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}} \pi$$

であり、 $B$  の体積は  $\boxed{\text{タ}} + \sqrt{\boxed{\text{チ}}} + \frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}} \pi$  である。