

2025年度 関西医科大学 前期理系 第3問

問題 n を自然数とし、 m を3以上の整数とする。1, 2, ..., m の m 個の数字の中から一つの数字を無作為に表示するルーレットがあり、このルーレットに表示される数字を用いてゲームの勝敗を次のように決める。

- (i) 表示された数字が1であれば勝ちとしてゲームを終了する。
- (ii) 表示された数字が、1回前に表示された数字と同じであれば負けとしてゲームを終了する。(注意: 1回目に負けることはない。)
- (iii) ゲームの勝敗が決まらなかった場合は引き分けとし、再度ルーレットをまわして新たな数字を表示させる。

ちょうど n 回目に表示された数字によって、ゲームに勝つ確率を a_n 、ゲームに負ける確率を b_n 、引き分けとなる確率を c_n とする。以下の設問に答えよ。

(1) $\sum_{k=1}^n (a_k - b_k)$ を m を用いて表せ。

(2) $\sum_{k=1}^n (a_k + b_k)$ を c_n を用いて表せ。

(3) c_n を m を用いて表せ。

(4) $\frac{\sum_{k=1}^{\infty} a_k}{\sum_{k=1}^{\infty} b_k}$ を m を用いて表せ。