

2025年度 川崎医科大学 前期理系 第2問

問題 a は $0 < a \leq 1$ を満たす定数とし、関数 $f(x) = \log(x+a)$ がある。

(1) $a = 1$ とする。 $y = f(x)$ のグラフを C_1 とし、 C_1 上の点 $(1, f(1))$ における法線を l とする。

(i) $f'(1) = \frac{\text{ア}}{\text{イ}}$ であり、法線 l の方程式は、 $y = \text{ウエ}x + \text{オ} + \log \text{カ}$ である。また、 C_1 と l および y 軸で囲まれた図形の面積は、 $\text{キ} - \log \text{ク}$ である。

(ii) p, q を定数とし、 q は $\log 2 < q < \text{オ} + \log \text{カ}$ を満たすとする。 $y = p \log(x+1) + q$ のグラフを C_2 とし、 C_2 が点 $(1, \log 2)$ を通るとき、 $q = (\text{ケ} - p) \log \text{コ}$ である。このとき、 $x \geq 0$ の部分で C_2 と l および y 軸で囲まれた図形の面積が $\frac{\log 2 + 1}{2}$ であれば、 $p = \frac{\text{サシ}}{\text{ス}}$ である。

(2) $g(a) = \int_0^1 |f(x)| dx$ とする。

$g(a) = (a + \text{セ}) \log(a + \text{ソ}) + a \log a - \text{タ}a + \text{チ}$ である。また、 $g'(a) = 0$ の

解は、 $a = \frac{\sqrt{\text{ツ} - \text{テ}}}{\text{ト}}$ であり、 a の値が変化するとき、 $g(a)$ の最小値は、

$$\log \frac{\sqrt{\text{ナ} + \text{ニ}}}{\text{ヌ}} + \text{ネ} - \sqrt{\text{ノ}}$$

である。