

2013年度 慶應義塾大学 一般理系 第2問

問題 以下の文章の空欄に適切な数または式を入れて文章を完成させなさい。

2つの袋 A, B と赤玉, 白玉それぞれ3個ずつが用意されている。各々の袋の中に玉が3個ずつ入っている状態に対して次の操作を考える。

操作 T

各々の袋から玉を同時に無作為に1個ずつ取り出した後、袋 A から取り出した玉を袋 B の中に、袋 B から取り出した玉を袋 A の中に入れる。

いま、袋 A の中に赤玉2個と白玉1個が、袋 B の中に赤玉1個と白玉2個が入っている状態から始め、上記の操作を繰り返し行う。また n を自然数とし、 n 回目の操作を終えたときに袋 A の中に赤玉が3個入っている確率を a_n 、2個だけ入っている確率を b_n 、1個だけ入っている確率を c_n とする。

(1) $a_1 =$, $b_1 =$, $c_1 =$ である。

(2) $p_n = b_n + c_n$ と定義すると p_n と p_{n+1} の間には

$$p_{n+1} = \text{} \times p_n + \text{}$$

という関係がある。また p_n を n の式で表すと $p_n =$ である。

(3) n 回目の操作を終えたときに袋 A の中に入っている赤玉の個数の期待値を E_n とする。 E_n を n の式で表すと $E_n =$ である。