

2019年度 慶應義塾大学 一般理系 第4問

問題 以下の文章の空欄に適切な数または式を入れて文章を完成させなさい。ただし、空欄 (あ) から (か) には文字 s と t の式が入る。

座標平面の点 $Q(s, t)$ (ただし, $s \neq 0$ かつ $|t| \neq 1$ とする) を中心として y 軸に接する円を C とし, y 軸上の点 $A(0, -1)$ および点 $B(0, 1)$ から C に引いた接線で, y 軸とは異なるものをそれぞれ L_A, L_B とする。

一般に三角形の3頂点から対辺またはその延長に下ろした3本の垂線は1点で交わり, その点を三角形の垂心という。また, 点 P が正の x 座標をもつとき, 点 P は右半平面にあるという。

(1) $s > 0$ かつ $|t| < 1$ のとき L_A の傾きは (あ) であり, L_B の傾きは (い) である。

(2) 点 $Q(s, t)$ が, 右半平面にある点 P に対する三角形 APB の内心となるための条件は

$$s > 0 \text{ かつ } \text{(う)}$$

である。

(3) 三角形 AQB の垂心 $H(u, v)$ の座標を s と t の式で表すと, $u = \text{(え)}$, $v = \text{(お)}$ である。また, $s > 0$ かつ $|t| < 1$ のとき, 点 $R(-u, -v)$ と直線 L_A との距離 d を, 絶対値の記号および根号を用いずに, できるだけ簡単な式で表すと $d = \text{(か)}$ となる。

(4) 右半平面にある点 P が, 2点 A, B を焦点とし, 長軸の長さ $2a$ (ただし, $a > 1$ とする) の楕円上にあるとき, 三角形 APB の内心 $Q(s, t)$ は方程式

$$\text{(き)} x^2 + \text{(く)} x + \text{(け)} y^2 + \text{(こ)} y = 1$$

で表される2次曲線上にある。